

DOI:10.16799/j.cnki.esdqyfh.2024.05.060

基于有限元方法的斜拉索线形参数计算

杨洋

(招商局重庆交通科研设计院有限公司,重庆市 400067)

摘要:随着斜拉桥的跨径越来越大,斜拉索的非线性特征所引发的问题变得更加突出,精确计算斜拉索的线形成为重要研究课题。以往计算斜拉索的线形参数均是采用解析方法,现将以有限元方法为计算工具,构建可调节无应力索长的斜拉索有限元模型,通过二分法迭代,精确计算出斜拉索的线形,再提取其设计参数,并与解析计算结果作对比。结果表明用该方法计算斜拉索线形参数得到的精度较高,可以应用于斜拉桥设计。

关键词:桥梁工程;斜拉桥;拉索;无应力长度

中图分类号: U448.27

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2024)05-0256-04

0 引言

随着交通建设工程的快速发展,我国修建了大量的大跨度斜拉桥,斜拉索的几何非线性特征在这一过程中越来越突出,精确计算斜拉索线形参数成为斜拉桥设计中的关键问题。斜拉索的线形参数包括:有应力索长、无应力索长、塔端倾角和梁端倾角等。

由于拉索有显著的几何非线性特性,拉索伸长量与索力增量间也是非线性关系,这为斜拉桥的设计带来了困难,也使对拉索参数的计算成为研究热点。程纬等推导了已知梁端索力竖向分量的斜拉索静力解析式^[1],计算精度较高,但需要迭代求解塔端倾角和梁端倾角等参数,实际应用不方便。华新以索力水平分量为已知量,对解析式做了简化处理^[2],降低了计算难度,读者可根据项目情况考虑是否采用迭代计算提高计算精度。这些采用公式计算的解析方法,通过与部分实际工程数据对比,已证明其计算结果的可靠性。近几十年来,有限元方法的发展有了长足进步,可求解受拉杆单元的几何非线性问题,采用有限元方法求解斜拉索线形参数成为可能。

运用有限元方法与公式解析法分别求解拉索参数的结果对比,还鲜有人研究。本文将基于 ANSYS 软件参数化设计语言 (APDL),建立可控制无应力索长的斜拉索模型,以最终计算斜拉索的各项线形参数。

收稿日期: 2023-05-02

作者简介: 杨洋(1982—),男,工学硕士,高级工程师,从事桥梁设计工作。

1 建立拉索有限元模型

斜拉索有限元模型将利用 link10 空间杆单元^[3]建立,如图 1 所示,拉索上锚点在 B 点,拉索下锚点位于 A 点。拉索理论轴线位于从 A 点到 B 点的直线上,每根斜拉索轴向划分为多个单元。在拉索上锚点做铰接固定;拉索下锚点在 X 和 Y 方向固定,在 Z 方向释放位移,对拉索下锚点施加拉索梁端竖向力。

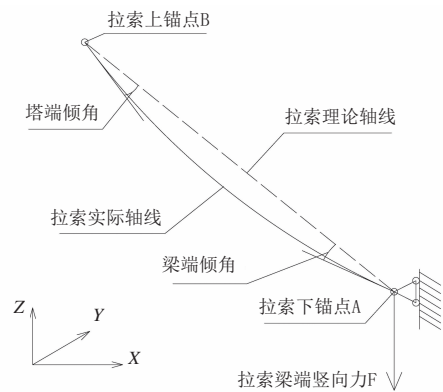


图 1 拉索计算模型示意图

1.1 拉索建模的主要参数

拉索建模的主要参数有:A 点坐标、B 点坐标、拉索初应变、拉索弹性模量、拉索断面积、拉索密度和拉索梁端竖向力。这些建模参数的意义如下:

(1) A 点和 B 点坐标决定了拉索建模轴线长度,配合拉索初应变,最终确定了模型中的拉索无应力长度。

(2) 拉索弹性模量和拉索断面积共同确定了拉索的轴向刚度。需要注意的是,在一些拉索问题的计算中,采用了考虑垂度修正的弹性模量,但在本文计算

中,仅需要输入材料弹性模量即可,拉索的几何非线性问题直接由多段杆单元模拟。拉索断面积是丝股断面的净面积。

(3)拉索密度是一种折算密度,需要把拉索丝股和 PE 外套的质量总合,分摊到拉索丝股断面面积下。

(4)为从实际工程出发,把斜拉桥加劲梁需求的竖向支撑力,直接作为拉索梁端竖向力。

1.2 迭代收敛准则

拉索有限元模型计算的收敛条件是:(1)拉索模型两端的节点,准确位于 A、B 点坐标位置;(2)拉索梁端竖向力为目标数值。

建立拉索有限元模型(见图 1)时,在拉索塔端锚点做铰接固定,把拉索下锚点的竖向位移释放,然后施加拉索梁端竖向力,使拉索梁端竖向力始终等于目标值,即满足第二个收敛条件。然后通过不断调节拉索无应力长度,使拉索下锚点的竖向位移趋于 0,以使拉索下锚点位于 A 点,满足第一个收敛条件。当前述的两个收敛条件均满足时,即可获得拉索实际轴线,并进一步确定拉索的线形参数。

1.3 无应力索长调节

在前述有限元模型中,把拉索模型建立在 A、B 两点之间的直线,即拉索理论轴线上,拉索无应力长度仅能以单元初应变来调节。这种情况下,拉索的无应力长度可调范围较小,且不能得到拉索无应力长度大于 A、B 两点直线距离的情况。本文将通过改变拉索建模的单元长度,来构建一种拉索的无应力长度调节方法。

如图 2 所示,拉索建模时,将拉索单元的初应变设置为定值 0.003。如需调短无应力索长,可把拉索下锚点的坐标上移到 A2 点,ΔZ 变小后,ΔL 也相应变小;如需调长无应力索长,可把拉索下锚点的坐标下移到 A1 点,ΔZ 变大后,ΔL 也相应变大。通过调节建模时拉索下锚点 A 的 Z 坐标值,精确控制拉索的无应力长度,计算式如下:

$$Z_A^n = Z_B - \sqrt{S_y^2 / (1 - 0.003)^2 - \Delta^2 X - \Delta^2 Y} \quad (1)$$

式中:ΔX 为拉索上、下锚点间的纵向距离,m;ΔY 为拉索上、下锚点间的横向距离,m;Z_B 为拉索上锚点 B 的竖向坐标,m;Z_Aⁿ 为拉索下锚点 A 的竖向建模坐标,m;S_y 为拉索的无应力长度,m。

2 迭代计算方法

2.1 变量与自变量的确定

在迭代计算中,结合图 1 模型,设置拉索的无应

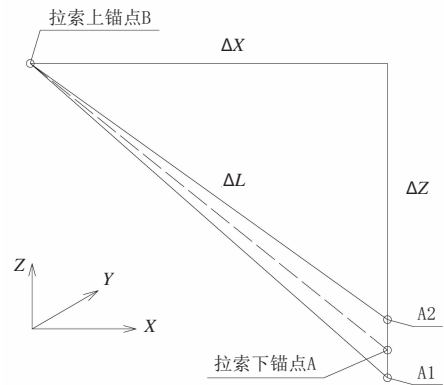


图 2 无应力索长调节方法

力长度为自变量 S_y, 计算结果的下锚点 Z 坐标与目标的差值为变量 f(S_y), 以有限元计算作为自变量与变量之间的求解器,从初始的 S_y 值开始,多次利用有限元模型迭代计算,使得(S_y)的结果趋近于目标 0 (即计算结果的下锚点 Z 坐标与 A 点 Z 坐标一致)。迭代中,以容许误差为 1 mm,即 |f(S_y)| < 0.001 m 为收敛准则。

2.2 二分法迭代

在具体迭代计算中使用二分法,该方法利用函数的连续性,逐次二分,使函数逼近目标值,其收敛速度较慢,但收敛稳定性好。以下二分法迭代计算过程,将采用 APDL 编写,通过不断重新建立有限元模型,调整拉索的无应力长度,实现迭代计算。

具体迭代计算步骤如下:

(1)根据初始拉索无应力长度 S_{y1} 和 S_{y2},通过式(1)计算其对应拉索下锚点建模坐标,建立有限元模型,并计算出拉索下锚点 Z 坐标与 A 点 Z 坐标差值 f(S_{y1}) 和 f(S_{y2}),且需要满足 f(S_{y1}) > 0、f(S_{y2}) < 0 的条件;

(2)对拉索初应变 S_{y1} 和 S_{y2} 进行“二分”,其中间量为 S_y = (S_{y1} + S_{y2}) / 2;

(3)再次通过式(1)计算 S_y 对应的拉索下锚点建模坐标,建立有限元模型,并计算出 f(S_y),若 |f(S_y)| < 0.001 m (即计算结果中下锚点 Z 坐标与 A 点 Z 坐标差值小于 1 mm),表明优化完成,停止迭代计算,否则进入步骤(4);

(4)如果 f(S_y) > 0,则使 S_{y1} = S_y,如果 f(S_y) < 0,则使 S_{y2} = S_y,回到第 2 步做循环计算。

3 解析计算方法

为判断用有限元方法计算斜拉索参数的准确性,这里将引入一套拉索参数的解析计算公式^[2],与运用有限元方法的计算结果作对比。解析计算方法

各参数公式如下:

拉索塔端倾角斜率 k_B 的计算公式为:

$$k_B = \text{sh} \left[\text{arsh} \frac{h}{2\frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}} + \frac{\rho L}{2H} \right] \quad (2)$$

拉索梁端倾角斜率 k_A 的计算公式为:

$$k_A = \text{sh} \left[\text{arsh} \frac{h}{2\frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}} + \frac{\rho L}{2H} \right] \quad (3)$$

拉索有应力长度 S 的计算公式为:

$$S = -\frac{H}{\rho} \left[\sqrt{1+k_B^2} \text{sh} \left(-\frac{\rho L}{H} \right) + k_B (\text{ch} \left(-\frac{\rho L}{H} \right) - 1) \right] \quad (4)$$

拉索无应力长度 S_y 的计算公式为:

$$S_y = \frac{S \cdot 2EAS}{2EAS + H \cdot \left[-\frac{H}{2\rho} \text{sh} 2 \left(-\frac{\rho}{H} L + C_1 \right) + \frac{H}{2\rho} \text{sh} 2 C_1 + L \right]} \quad (5)$$

式中: $C_1 = \text{arsh} \frac{h}{2\frac{H}{\rho} \text{sh} \frac{\rho L}{2H}} + \frac{\rho L}{2H}$, ρ 为拉索的线密度,

kg/m; A 为拉索断面积, m^2 ; E 为拉索的弹性模量, MPa; L 为拉索的水平投影长度, m; h 为 A 点与 B 点的高差, m; H 为拉索的水平力, kN; S 为拉索的有应力长度, m; S_y 为拉索的无应力长度, m。

4 实例计算对比

下面将采用有限元方法和解析法, 分别计算斜拉索的有应力索长、无应力索长、塔端倾角和梁端倾角参数, 并作计算结果对比。在 APDL 有限元计算中, 拉索下锚点将采用竖向力加载; 在解析计算中, 将把该竖向力转化为水平力, 以保持两种计算方法的条件一致。

表 2 拉索参数计算结果对比表

编号	有限元法计算				解析法计算			
	S/m	S_y/m	k_A	k_B	S/m	S_y/m	k_A	k_B
1	542.549	539.837	0.398	0.442	542.549	539.850	0.398	0.442
2	492.697	490.360	0.423	0.465	492.697	490.371	0.423	0.466
3	443.106	441.126	0.454	0.495	443.107	441.135	0.454	0.495
4	393.875	392.231	0.494	0.534	393.875	392.238	0.494	0.534
5	345.157	343.827	0.547	0.585	345.157	343.832	0.547	0.585
6	297.204	296.161	0.620	0.658	297.204	296.165	0.620	0.658
7	250.456	249.669	0.729	0.767	250.456	249.672	0.729	0.767
8	205.734	205.168	0.910	0.948	205.734	205.169	0.910	0.948
9	164.698	164.309	1.264	1.307	164.698	164.310	1.264	1.307
10	130.863	130.598	2.269	2.329	130.863	130.598	2.269	2.329

通过比较发现, 在保留三位小数情况下, 两种方法计算结果的有应力索长 S 、拉索梁端倾角斜率 k_A 和

4.1 拉索设置方案

为较全面的比较两种计算方法产生的差异, 在不考虑材料强度等问题的情况下, 虚拟地设置 10 根拉索的建模参数, 具体参数见表 1。

表 1 斜拉索建模参数表

编号	X_B/m	Y_B/m	Z_B/m	X_A/m	Y_A/m	Z_A/m
1	0	0	210	500	15	0
2	0	0	200	450	15	0
3	0	0	190	400	15	0
4	0	0	180	350	15	0
5	0	0	170	300	15	0
6	0	0	160	250	15	0
7	0	0	150	200	15	0
8	0	0	140	150	15	0
9	0	0	130	100	15	0
10	0	0	120	50	15s	0

表 1 中: X_B 、 Y_B 、 Z_B 为拉索上锚点坐标, X_A 、 Y_A 、 Z_A 为拉索下锚点坐标。拉索梁端竖向力均为 1 000 kN, 拉索断面面积 $0.002\ 66\ \text{m}^2$, 拉索密度 $7\ 850\ \text{kg}/\text{m}^3$ 。这些拉索的理论轴线长度在 $130.8\sim 542.5\ \text{m}$ 之间, 与水平面的夹角在 $22.8^\circ\sim 67.4^\circ$ 之间, 可覆盖常见斜拉索的角度范围^[4]。各个拉索在轴向均划分为 100 个杆单元。

4.2 计算结果数值对比

采用 APDL 参数化有限元建模法和解析法分别计算的结果如表 2 所示, 其中 S 为有应力索长, S_y 为无应力索长, k_A 是拉索梁端倾角斜率, k_B 是拉索塔端倾角斜率。

拉索塔端倾角斜率 k_B 均是相等的, 无应力索长 S_y 的相差值不足拉索长度的千分之一, 可以认为两种计

算方法的结果基本一致。

从9号到1号拉索,随着拉索长度的增长,无应力索长 S_y 的相差值从1 mm增大到13 mm,而有应力索长 S 却没有出现这样的现象。这说明无应力索长 S_y 的误差,不是有限元模拟曲线拉索产生的,否则 S 和 S_y 都应该有此误差。通过在模型中把拉索划分为1 000个单元,重新计算,得到计算结果与表2完全一致,也佐证了以上结论。可看出在对这10根拉索的线形计算中,有限元计算方法的精度是满足要求的,解析方法对无应力索长 S_y 的计算则存在误差。

经分析可得,解析计算的误差分布的规律是:当拉索与水平面的夹角越小时,解析方法计算得到的无应力索长 S_y 会逐渐偏长,而有应力索长 S 则不受影响。

5 结语

本文介绍了用有限元软件建立可调节无应力索

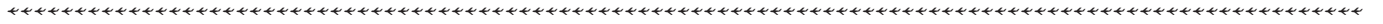
长的斜拉索有限元模型、并用二分法迭代计算拉索的线形参数的方法。结果表明:

(1)用有限元方法模拟斜拉索结构,计算其有应力索长、无应力索长、梁端倾角斜率和塔端倾角斜率各参数,其结果与解析算法所得结果基本一致,证明计算结果精确可靠。

(2)当拉索与水平面的夹角较小时,解析方法计算得到的无应力索长会偏长,而且随着夹角的减小,该误差还会进一步增大。但该长度所产生的误差不超过索长的千分之一,对实际工程设计影响很小。

参考文献:

- [1] 程伟,易伟建,刘光栋.斜拉桥柔性索线型分析及快速迭代计算方法[J].公路,1998(6):8-11.
- [2] 华新.斜拉桥塔端张拉拉索倾角修正及拉索主要参数实用计算方法[J].公路,2004(12):20-23.
- [3] 王新敏,ANSYS结构数值分析[M].北京:高等教育出版社,2011.
- [4] JTG/T 3365-01-2020,公路斜拉桥设计规范[S].



(上接第255页)

- 与工程振动,2014,34(2):64-70.
- [3] 温增平.建筑物地震易损性分析研究[D].哈尔滨:国家地震局地球物理研究所,1999.
- [4] 叶燎原,潘文.结构静力弹塑性分析的原理和计算实例[J].建筑结构学报,2000,21(1):37-43.
- [5] 吕大刚,李晓鹏,王光远.基于可靠度和性能的结构整体地震易损性分析[J].自然灾害学报,2006,15(2):107-114.

- [6] 杜兴华.公路铁路一体化高架车站结构抗震分析[J].城市道桥与防洪,2020,5(5):267-268.
- [7] GB 50909-2014,城市轨道交通结构抗震设计规范[S].
- [8] ATC40.Seismic valuation and retrofit of concrete buildings[R]. Redwood City: Applied Technology Council, 1996.
- [9] 杨光,鹿群.基于Pushover能力谱法的RC框架结构地震易损性分析[J].天津城建大学学报,2015,21(5):341.